

# A forgómozgás vizsgálata

Balog Dániel

2010.04.18

**Mérőtárs neve:**Dologh Bence  
**Leadás időpontja:** 2010.04.15.

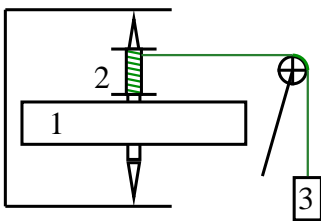
## A mérés célja:

Egy rögzített tengely körül forgó test mozgását szeretnén vizsgálni, és a tehetetlenségi nyomatékot kétféle módszerrel megmérni.

## Mérőeszközök:

- állvány
- súlyok (10db 50g-os), fonál
- próbatestek
- táramérleg, vonalzó tolómérő
- számítógép

## A mérés leírása:



A számítógépet a mérés leírása szerint kell beállítani, majd a próbatestet (1) az állványba rögzíteni. A mérés előtt a fonalat fel kell tekerceselni fonaltárcsára (2), ügyelve arra, hogy fonál csak egy rétegben legyen *különben változna az erőkar*. Súlyokkal (3) terhelve a fonál másik végét, pár másodperc után elindítjuk a számítógépen a mérést, és a fonál letekeredése előtt megállítjuk, így biztosítva, hogy az indítás és megállítás ne változtasson az eredményen. Minden mérést háromszor kell elvégezni, és a számítógép által illesztett egyenes meredekségét lejegyezni. Ez a gyorsulás-adat a húzószúly gyorsulása.

Ezen adatok mellett szükséges a próbatestek adatainak lemérése. Az 1-10 cm nagyságrendbe eső adatokat tolómérővel, a 10-50 cm nagyságrendet vonalzóval kell megmérni. A tömeg megmérésére a táramérleget kell használni.

## Mért adatok:

Próbatestek adatai:

jel	paraméter	tömör rúd	alumínium korong
$d$	átmérő [mm]	21.9	218
$m$	tömeg [g]	845.45	1508.6
$d$	hossz/vastagság [mm]	250	14.9
$s$	fonaltárcsa átmérője [mm]	4.9	4.9

Különböző húzó súlyok esetén a gyorsulások ( $a$ ):

húzó súly [g]	tömör rúd [ $m/s^2$ ]				alumínium korong [ $m/s^2$ ]			
	I	II	III	$\bar{a}$	I	II	III	$\bar{a}$
150	0.0015	0.0015	0.0015	0.00150	0.0008	0.0008	0.0008	0.00080
200	0.0024	0.0023	0.0024	0.00237	0.0011	0.0011	0.0011	0.00110
250	0.0030	0.0031	0.0032	0.00310	0.0015	0.0015	0.0015	0.00150
300	0.0037	0.0038	0.0037	0.00373	0.0018	0.0018	0.0019	0.00183
400	0.0050	0.0051	0.0047	0.00493	0.0025	0.0025	0.0025	0.00250
500	0.0062	0.0064	0.0063	0.00630	0.0032	0.0032	0.0032	0.00320

## Kiértékelés:

A rendszer mozgását leíró egyenletek:

$$\Theta\beta = Kr - M_s$$

$$ma = mg - K$$

Ezekből következik, amennyiben  $M_s$ -t állandónak tekintjük:

$$\Theta\beta + M_s = mr(g - r\beta)$$

Ahol:

- $m$  a súly tömege
- $g$  a nehézségi gyorsulás ( $=9.81 \frac{m}{s^2}$ )
- $r$  a fonaltárcsa sugara
- $\beta$  a szöggyorsulás
- $\Theta$  a tehetetlenségi nyomaték
- $M_s$  a fékezőnyomaték

A szögsebesség függvényében ábrázolva a forgatónyomatékot, ellenőrizhető, hogy közöttük lineáris kapcsolat áll fenn, és az egyenes meredeksége megadja a tehetetlenségi nyomatékot.

A  $\beta$  szöggyorsulások:  $\beta = \frac{\alpha}{s/2}$

Ahol  $s$  annak a tárcsának a sugara, amire a fonalat feltekertük.

húzó súly [g]	tömör rúd [ $1/s^2$ ]	alumínium korong [ $1/s^2$ ]
150	0.6122	0.3265
200	0.9660	0.4490
250	1.2653	0.6122
300	1.5238	0.7483
400	2.0136	1.0204
500	2.5714	1.3061

Adatok:

tömör rúd		alumínium korong	
$\beta(x)$	$mr(g - r\beta)(y)$	$\beta(x)$	$mr(g - r\beta)(y)$
0.6122	0.003605	0.3265	0.003605
0.9660	0.004807	0.4490	0.004807
1.2653	0.006009	0.6122	0.006009
1.5238	0.007210	0.7483	0.007210
2.0136	0.009614	1.0204	0.009614
2.5714	0.01202	1.3061	0.01202

A GNUplot programmal " $a \cdot x + b$ " alakú egyenest illesztve az adatokra az alábbi értékeket kaptam:

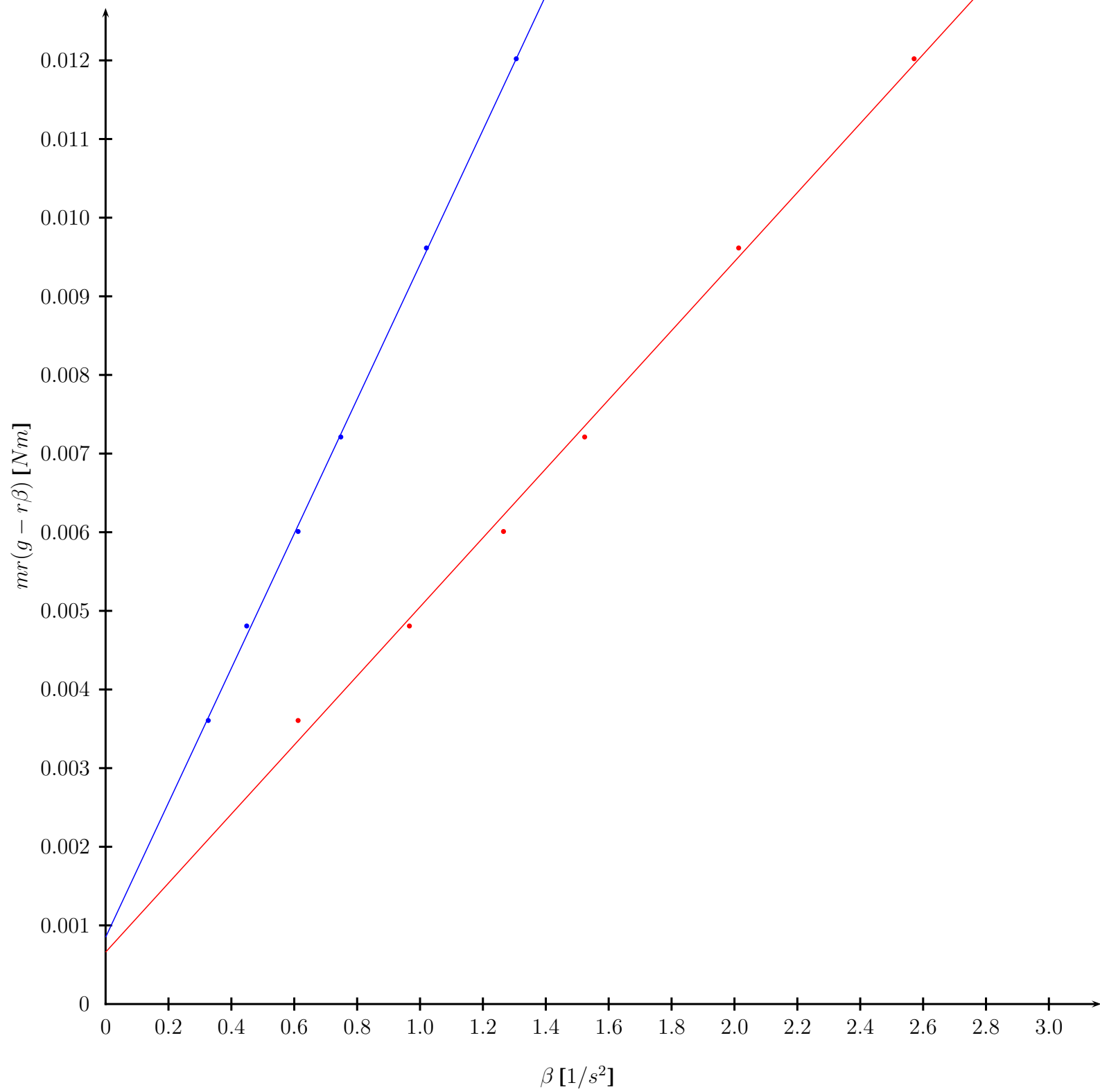
tömör rúd			
paraméter	érték	hiba	relatív hiba
a	0.00439073	$\pm 0.0001235$	2.813%
b	0.000659647	$\pm 0.000201$	30.48%

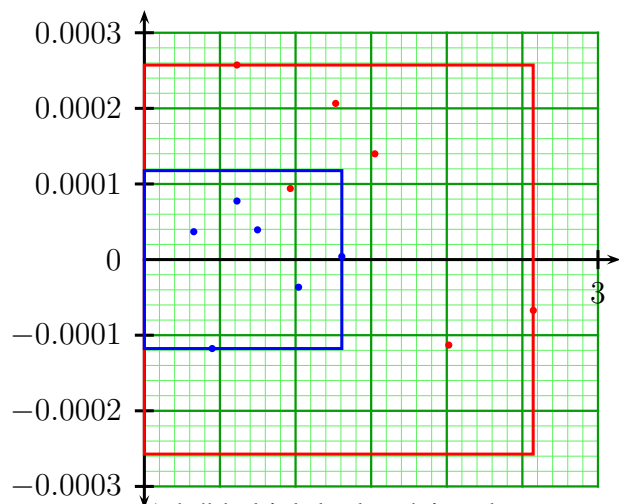
alumínium korong			
paraméter	érték	hiba	relatív hiba
a	0.0085541	$\pm 9.442 \cdot 10^{-5}$	1.104%
b	0.000848723	$\pm 7.7 \cdot 10^{-5}$	9.072%

A hibaszámítást téglalap módszerrel végezve:

tömör rúd			
$\beta(x)$	$mr(g - r\beta)(y)$	$y_{ill}$	$\Delta y = y - y_{ill}$
0.6122	0.003605	0.003348	0.0002573
0.9660	0.004807	0.004901	0.00009414
1.2653	0.006009	0.006215	0.0002066
1.5238	0.007210	0.007350	0.0001399
2.0136	0.009614	0.009501	-0.0001129
2.5714	0.01202	0.01195	-0.00006714

alumínium korong			
$\beta(x)$	$mr(g - r\beta)(y)$	$y_{ill}$	$\Delta y = y - y_{ill}$
0.3265	0.003605	0.003642	0.00003672
0.4490	0.004807	0.004689	-0.0001176
0.6122	0.006009	0.006086	0.00007730
0.7483	0.007210	0.007250	0.00003940
1.0204	0.009614	0.009577	-0.00003640
1.3061	0.01202	0.01202	$4.185 \times 10^{-6}$





A kékkel jelölt alumínium korong számított hibája:

$$\Delta\Theta = \operatorname{tg} \alpha = \frac{0.0002573}{2.5714} = \pm 0.00010006222$$

$$\text{A relatív hiba: } \Delta\Theta/\Theta = 1.170\%$$

A pirossal jelölt tömör rúd számított hibája:

$$\Delta\Theta = \operatorname{tg} \alpha = \frac{0.0001176}{1.3061} = \pm 0.000090039048$$

$$\text{A relatív hiba: } \Delta\Theta/\Theta = 2.051\%$$

A tehetetlenségi nyomatékot képlettel is ki lehet számítani. Ez a korong esetében ( $R$  a sugár):

$$\Theta = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}1.5086 \cdot 0.109^2 = 0.008962$$

A rúdnál: ( $r$  a sugár,  $l$  a hossz)

$$\Theta = \frac{1}{4}mr^2 + \frac{1}{12}ml^2 = \frac{1}{4}0.84545 \cdot 0.01095^2 + \frac{1}{12}0.84545 \cdot 0.25^2 = 0.004429$$

Ezek hibaszámításánál a mérési utasítás szerint a számított tehetetlenségi nyomatékok relatív hibája megegyezik a tömeg relatív hibájával, ahol  $\Delta M = 8.5g$ , a fonáltárcsa tömege.

A korong relatív hibája:

$$\frac{m_t}{m} = \frac{0.0085}{1.5086} = 0.5634\%$$

A rúd relatív hibája:

$$\frac{m_t}{m} = \frac{0.0085}{0.84545} = 1.005\%$$

## Diszkusszió:

Eredmények:

	$\Theta_{sz}$	$\Theta_m$	$M_s$
rúd	$0.004429 \pm 0.000044$	$0.00439073 \pm 0.00009$	0.000659647
korong	$0.008962 \pm 0.000089$	$0.0085541 \pm 0.00010$	0.000848723

Mindkét testnél bizonyított a lineáris függés. A számított és mért értékek nagyságrendileg ugyanannyira térnek el a két testél, így ezt egy figyelmen kívül hagyott külső behatásnak tulajdonítom. Ez azonban nem komoly eltérés, így a mért eredmény nem mond ellent a számítottaknak.