

Állóhullám kötélen

Balog Dániel

2010.05.06.

Mérőtárs neve:Dologh Bence

Mérés időpontja: 2010.04.29.

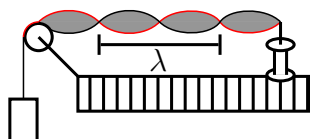
A mérés célja:

A hullámok alapvető tulajdonságait szeretnénk vizsgálni állóhullámok segítségével.

Mérőeszközök:

- szinuszos jelgenerátor
- súlyok
- analitikai mérleg
- kötelek

A mérés leírása:



Az egyik végén rögzített kötélen az állóhullámok kialakulásának feltétele az, hogy a hullámhossz fele egész számú többszöröse legyen a kötélnak. Általában igaz a hullámokra, hogy a hullámhossz a terjedési sebesség és a frekvencia hányadosa. A kísérletben a hullám terjedési sebességét szeretnénk megmérni, és ez ebben összeállításban a legegyszerűbb, mivel a frekvencia ismert, hiszen ezt a jelgenerátor szolgáltatja. A hullámhossz egyszerűen kiszámítható a $\frac{2L}{n}$ képlettel, ahol L a kötélnél rezgő részének hossza, n pedig a félhullámhosszok száma. Amennyiben állóhullámok kialakulnak, akkor a kötélnél sajátfrekvenciáján rezeg a kötélnél, így a sebesség kiszámítható

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{n}{2L}v \Rightarrow v = \frac{2L}{n} \cdot f_n$$

A mérést különböző csomópontszámok és különböző terhelések mellett is el kell végezni.

A csomópontszámoknál azt szeretnénk igazolni, hogy a frekvenciák várt értékét az előző frekvenciából lehet kiszámítani a

$$f_{k+1} = f_k \cdot \frac{n_{k+1}}{n_k}$$

képlettel, ahol f a frekvencia, n pedig a félhullámhosszok száma.

A változó tömegeknél a hullám terjedési sebességének az anyagi minőségétől való függését szeretnénk igazolni. A hullám terjedési sebessége az anyagi minőségétől a

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Ahol μ az egységnyi hosszúságra eső sűrűség, az ún. lineáris sűrűség. Ezt a kötéltömegének és hosszának hányadosa. Ezt másképp is ki lehet számítani, ismerve azt, hogy

$$v = f \cdot \frac{2L}{n}$$

A két egyenlet egyenlő egymással, így f^2 -re rendezve az egyenletet

$$f^2 = \frac{n^2 g}{4L^2 \mu} m \Rightarrow f^2 = a \cdot m$$

Ennek az egyenesnek a meredeksége egyenlő a -val. Ez a leírásban szereplő μ meghatározáshoz használandó képlethez kell, ami

$$\mu = \frac{n^2 g}{4L^2 a}$$

Mért adatok:

Változó csomópontok			változó tömegek		
csomópont	érték	bizonytalanság	tömeg	átlagos érték	bizonytalanság
2	9.8	± 0.1	50 g	74.5	± 0.1
3	14.4	± 0.1	70 g	88.2	± 0.1
4	19.6	± 0.2	90 g	100.4	± 0.1
5	24.6	± 0.2	110 g	110.8	± 0.2
6	30.8	± 0.2	130 g	120.6	± 0.2
			150 g	129.5	± 0.3
			170 g	138.0	± 0.3

A változó csomópontoknál a tömeg végig 90 g, a kötéltömeg mindkét mérésnél $l = 155\text{cm}$. A változó tömegeknél használt kötéltömege $m = 359.6\text{mg}$, hossza $L = 402\text{cm}$

Kiértékelés:

Állandó terhelés mellett az eredmények:

n	f [Hz]	bizonytalanság [Hz]	$f_{\text{várt}}$ [Hz]	v [m/s]
2	9.8	± 0.1	\emptyset	15.19
3	14.4	± 0.1	14.70	14.88
4	19.6	± 0.2	19.20	15.19
5	24.6	± 0.2	24.50	15.25
6	30.8	± 0.2	29.52	15.91

A másik mérésnél az a cél, hogy különböző húzóerők mellett 3 félhullámot alakítsunk ki. A μ értékét a mért adatokból meghatározzuk, ez $\frac{m}{L} = 0.00008945 \text{ kg/m}$

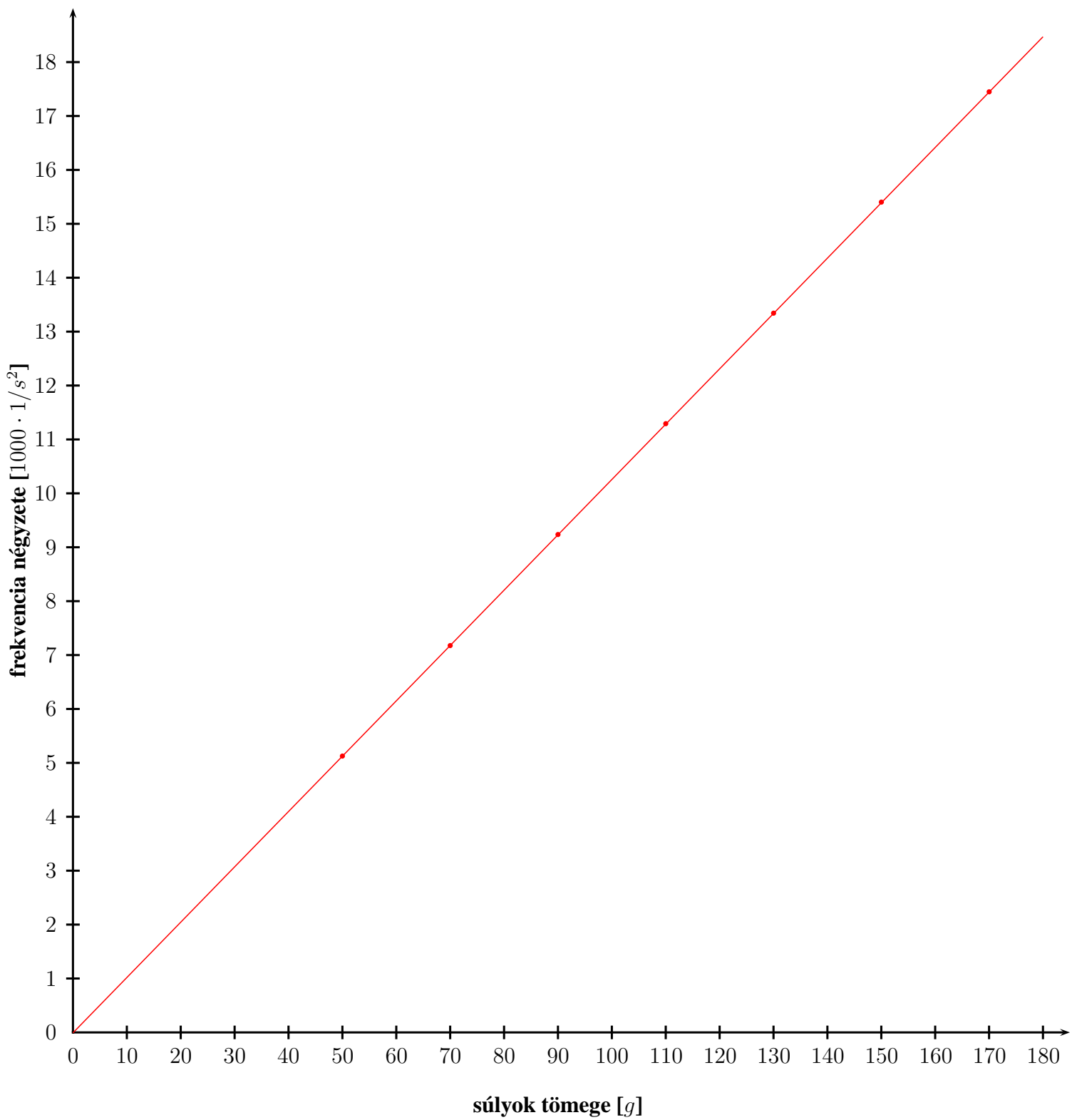
tömeg [g]	f [Hz]	bizonytalanság [Hz]	f^2 [$1/s^2$]
50 g	74.5	± 0.1	5135.
70 g	88.2	± 0.1	7189.
90 g	100.4	± 0.1	9244.
110 g	110.8	± 0.2	11300.
130 g	120.6	± 0.2	13350.
150 g	129.5	± 0.3	15410.
170 g	138.0	± 0.3	17460.

a GNUplot programmal $a * x + b$ alakú egyenest illeszttem az adatokra, ennek adatai:

paraméter	érték	hiba	relatív hiba
a	102.72	± 0.01941	0.0189%
b	-0.874999	± 2.272	259.7%

Ebből kiszámítható a

$$\mu = \frac{n^2 g}{4L^2 a} 0.00008944 \text{ kg/m}$$



Hibaforrások:

Hiba származhat a hosszúság és tömegmérésekből, de szerintem ezek elhanyagolhatók. Komolyabb hibaforrásnak érzem az emberi tényezőt, hiszen az állóhullámot szemre kell megállapítani.

Diszkusszió:

A sebesség állandóságát szerintem sikerült bebizonyítani, hiszen a sebességek és a frekvencia nem mutat semmiféle korrelációt, így az eltéréseket lehet hibának tekinteni. A GNUplot programmal konstans egyenest illesztettem rá, az így kapott érték

a	15.284	± 0.1694	1.108%
---	--------	--------------	--------

Ekkora hiba elképzelhető a mérési pontatlanság miatt, így a sebesség állandónak tekinthető. A terjedési sebesség erőfüggése $v \simeq \frac{1}{\sqrt{F}}$ alakú lehet.

Az f^2/m hányados állandóságát is bizonyítottnak lehet tekinteni, hiszen a lineáris egyenes konstans tagja szinte elhanyagolható, amennyiben leosztunk az m -el, akkor pedig még az 50 g os súlynál is a meredekségnek 0.05841 %-a.