

# Szisztematikus és statisztikus hibaforrások elemzése a természettudományos mérésekben

Balog Dániel

2011. 10. 06.

## Statisztikus hiba:

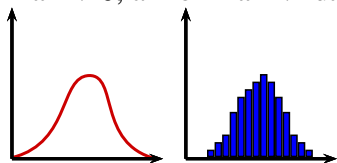
### Emlékeztető:

Statisztikus "hiba", más néven szórás.

Általános esetben egy  $x$  mennyiséget valószínűség-sűrűséggel tudjuk leírni  $\rho(x)$  (bal oldali ábra)

$x$  és  $x + \Delta x$  között  $x$  valószínűsége a  $\rho(x) \cdot \Delta x$  egyenlő.

Ha  $\Delta x \rightarrow 0$ , akkor  $\Delta x \rightarrow dx$ .



Ha véges számú mérés van, akkor abból hisztogramot csinálnak. (jobb oldali ábra) A hisztogram adott oszlopbeli értéke az, hogy egy valamekkora  $\Delta$  tartományban hányszor fordult elő  $x$ .

Természetesen a teljes eloszlási térben a valószínűség-sűrűség integrálja egy.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx = 1$$

$x$  várható értéke:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x \rho(x) dx = \bar{x}$$

Természetesen ezt  $x$  hatványaival is lehet

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 \rho(x) dx = \overline{x^2}$$

**Szórás:**

$$\overline{(x - \bar{x})^2} = \sigma^2$$

ahol  $\sigma$  a szórás. Ez átírható:

$$\begin{aligned} \overline{(x - \bar{x})^2} &= \int (x^2 - 2x\bar{x} + \bar{x}^2) \cdot \rho(x) dx = \\ &= \overline{x^2} + \bar{x}^2 - 2\bar{x} \cdot \bar{x} = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \end{aligned}$$

Mi a helyzet akkor, ha nem ismerjük  $\rho(x)$ -et?

Sok, de véges ( $N$  db) mérésből hogyan lehet megadni a szórást, átlagot?

$N$  mérés átlaga:

$$\bar{x}_N = \sum_i x_i \frac{1}{N}$$

$N$  mérés szórása

$$\sigma_N^2 = \overline{x_N^2} - \bar{x}_N^2$$

Ez nem konkrétan a  $\sigma^2$ , hanem

$$\overline{\sigma_N^2} = \frac{N-1}{N} \sigma^2$$

Ez azonban pontatlan, főleg kicsi  $N$ -re, tehát ezt csak nagyon nagy  $N$ -re érdemes használni.

**HF:**

1

programozás:

$$\rho(x) \begin{cases} 1, & \text{ha } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{ha } x \notin [0; 1] \end{cases}$$

Milyen  $\bar{x}_N$ , és  $\sigma_N^2$  eloszlása?

Generálj 10 véletlen számot a  $[0; 1]$  intervallumban, és ezt végezd el tízezerszer, majd ebből csinálj egy hisztogramot.

2

Az előző feladat analitikusan (*integrálva*).